



25 a 28
setembro
2024
Campus Central UEPG
Ponta Grossa | PR

Explorando as Interseções das Inteligências
Artificiais na Sociedade Atual



APLICAÇÃO DO VARIABLE SIZED BIN PACKING PROBLEM PARA OTIMIZAÇÃO DE EMBALAGENS LOGÍSTICA. UM CASO PRÁTICO EM UMA EMPRESA FABRICANTE DE PRODUTOS ODONTOLÓGICOS

APPLICATION OF THE VARIABLE SIZED BIN PACKING PROBLEM FOR LOGISTICS PACKAGING OPTIMIZATION: A CASE STUDY IN A DENTAL PRODUCTS MANUFACTURING COMPANY

ÁREA TEMÁTICA: GESTÃO DE OPERAÇÕES E LOGÍSTICA

José Eduardo Pecóra Júnior, UFPR, Brasil, pecora@ufpr.br

Juliano Anderson de Souza, UFPR, Brasil, juliano.souza@ufpr.br

Resumo

Esse trabalho apresenta um problema real encarado por muitas empresas com o dimensionamento de suas embalagens, os custos e a possível ociosidade têm impactos diretos nas operações logísticas. Aqui é abordado um estudo sobre o variable sized bin packing problem, uma variação do problema bin packing problem, onde temos mais de um tipo de bin, tendo sua função objetivo a minimização da quantidade de embalagens e custos. A modelagem matemática com programação binária inteira, considerou o modelo da mochila, navegando pelo bin packin problem até chegar ao variable sized bin packing problem demonstrou efetividade para a tomada de decisões no contexto logístico de operações. para solução do problema foi utilizado a programação em Python, com validação dos resultados para 38% dos lotes de componentes recebidos durante 3 meses de operação. os resultados são expressos em redução de custos com embalagens, sendo de 18,6%, além da redução da ociosidade de embalagens de 19%.

Palavras-chave: (Tomada de decisão; Embalagens; Problema de Mochila, Bin Packing Problem; Variable Sized Bin Packing Problem)

Abstract

This paper presents a real problem faced by many companies with the sizing of their packaging, costs and possible idleness have direct impacts on logistics operations. Here we address a study on the variable sized bin packing problem, a variation of the bin packing problem, where we have more than one type of bin, with its objective function being to minimize the amount of packaging and costs. Mathematical modeling with integer binary programming, considering the backpack model, navigating through the bin packing problem until reaching the

variable sized bin packing problem, demonstrated effectiveness for decision making in the logistics context of operations. To solve the problem, Python programming was used, with validation of the results for 38% of the batches of components received during 3 months of operation. The results are expressed in a reduction in packaging costs, of 18.6%, in addition to a reduction in packaging idleness of 19%.

Keywords: (Decision making; Packaging; Knapsack Problem, Bin Packing Problem; Variable Sized Bin Packing Problem)

1. INTRODUÇÃO

As atividades que envolvem a logística ampliam-se para além da distribuição física de produtos acabados, passando pela programação de matérias-primas, transporte, gestão de estoques, armazenagem, processamento e separação de pedidos, além de outras atividades que viabilizam o fluxo de bens e serviços. Com os maiores custos logísticos relacionados a transporte e armazenagem, é certo pensar em como otimizar as embalagens que são utilizadas nessas operações (MORALES, 1997).

O conceito de Bin Packing com Bins Heterogêneos, também conhecido como Problema de Empacotamento de Bins de Tamanhos Variáveis do inglês Variable Sized Bin Packing Problem (VSBPP), representa uma generalização do clássico problema de Bin Packing, no qual recipientes de capacidades e custos distintos são disponibilizados para alocar um conjunto de objetos com pesos conhecidos. O objetivo central é distribuir todos os itens de forma a minimizar o custo total, constituindo-se como uma aplicação de relevância significativa em variados contextos empresariais.

Este estudo investiga a otimização de embalagens logísticas em uma empresa do setor odontológico, considerando o grande volume de itens em estoque, especialmente os grupos de implantes e componentes, que representam 90% do total armazenado e são os principais contribuintes para os custos de embalagem. O objetivo é modelar e implantar o Variable Sized Bin Packing Problem (VSBPP), visando a minimização do custo total das embalagens logísticas. As variáveis consideradas incluem os SKUs (Stock Keeping Units) e seus lotes de produção, que determinam as quantidades a serem alocadas nas embalagens.

2. METODOLOGIA

A abordagem adotada nessa pesquisa é de caráter exploratório e bibliográfica, uma vez que almeja proporcionar maior familiaridade com o conceito *Variable Sized Bin Packing Problem*. A pesquisa de caráter exploratório tem por objetivo desenvolver, elucidar e decompor conceitos e ideias visando a formulação de abordagens futuras, proporcionando informação mais ampla ao pesquisador do tema em questão (GIL, 2002).

3. REVISÃO DE LITERATURA

3.1 Embalagens

De forma geral, a atividade logística refere-se à administração das movimentações de materiais deste o ponto de origem até o destino. O sucesso da movimentação de mercadorias da cadeia de abastecimento depende, entre outros aspectos, da embalagem, que deve ser devidamente projetada para atender as necessidades dos clientes, das operações de transporte e armazenagem, além da identificação e normas aplicáveis a área.

De acordo com Silva e Leite (2010), ao abordar o tema da logística, é inevitável considerar a movimentação e o transporte de produtos. No entanto, é fundamental destacar que qualquer tipo de produto pode ser transportado, movido ou armazenado com a devida garantia de integridade, mesmo sem a necessidade de uma embalagem. Klevas (2005) destaca que a função da embalagem vai além da preservação e proteção de mercadorias contra avarias, pois esta deve também observar as movimentações, a identificação e comunicação com os consumidores, além de compor a estratégia de diferenciação entre competidores.

Uma das definições de embalagem é descrita por Saghir (2004, pág. 6), sendo:

“Embalagem é um sistema coordenado que prepara mercadorias de maneira segura, eficiente e eficaz para manuseio, transporte, distribuição, armazenamento, varejo, consumo, bem como para recuperação, reutilização ou descarte combinando com a maximização do valor ao consumidor, vendas e, portanto, lucro da organização”.

As embalagens podem ser qualificadas como primárias, secundárias e terciárias. A embalagem primária é definida como aquela que contém o produto, sendo medida de proteção e de consumo, já a embalagem secundária responde pelo acondicionamento e protege a embalagem primária, enquanto a embalagem terciária acondiciona a primária e secundária, podendo estar montadas em um pallet.

Os custos logísticos relacionados a transporte e armazenagem estão intimamente ligados as dimensões e densidade das embalagens. Inquestionavelmente a embalagem logística afeta o custo em todas as atividades, tendo impactos significativos dos sistemas. Sendo assim, se a embalagem não for projetada para um processo logístico eficiente, todo desempenho do sistema irá ser impactado por ela. (BOWERSOX, CLOSS E COOPER, 2007).

3.2 Problema de empacotamento

O Problema de Empacotamento 3D, frequentemente referido na literatura por diferentes nomenclaturas, é também conhecido como *Bin Packing Problem 3D* (3D-BPP), Empacotamento de Containers, Carregamento de Containers, ou Problema da Mochila Tridimensional. O *3D-BPP* envolve o empacotamento de itens em unidades maiores, como caixas, pallets, carrocerias ou containers, levando em consideração a disposição espacial desses itens e as restrições específicas associadas a cada problema. De acordo com Marques e Arenales (2002), quando reduzido a duas dimensões, o problema é transformado no Problema de Corte Unidimensional, que possui inúmeras aplicações relevantes na indústria, tais como o corte de placas de madeira, chapas de aço, placas de vidro, tecidos, entre outros.

Os problemas de empacotamento exibem uma elevada complexidade matemática, caracterizando-se como problemas NP-Hard no sentido forte. Essa característica foi demonstrada por Garey e Johnson (1979) e Martello et al. (2003), que provaram que o problema da mochila unidimensional é NP-Hard. Classificar-se nessa categoria de problemas não implica que sua resolução seja impossível, mas sim que é necessário desenvolver algoritmos de solução que explorem a modelagem matemática de maneira eficiente.

3.3 Problema da Mochila

Bartholdi (2008), o “problema da mochila” se apresenta de diversas maneiras nas áreas de economia, engenharia e administração, emergindo sempre que é necessário alocar um recurso escasso entre múltiplos candidatos. Este problema recebeu sua denominação devido à analogia com a experiência de arrumar uma mochila, ilustrando a questão essencial: o que deve ser escolhido quando o espaço é limitado?

É amplamente reconhecido que os problemas da mochila são classificados como NP-difíceis. Um problema é considerado polinomial (pertencente à classe P) se houver um algoritmo conhecido capaz de resolvê-lo, cuja complexidade, no pior dos casos, seja polinomial em relação ao tamanho do problema. Um problema pertence à classe NP quando é possível verificar se uma solução candidata é de fato uma solução válida para o problema. Já um problema é dito NP-difícil se ele for tão difícil quanto qualquer problema em NP. Um problema C é considerado

NP-difícil se: C está em NP (problema de tempo polinomial); e se todo problema NP-difícil pode ser reduzido para C em tempo polinomial (MATHUR; VENKATESHAN, 2007; ZHAO; LI, 2013).

Conforme modelado por Dantzig (1957), considere n itens, sendo ij o peso do j – éximo item e uj o valor (utilidade) associado a esse item. Considere também a capacidade l da mochila, que no exemplo de Dantzig era de 70 libras, e a variável de decisão binária x_j , onde $x_j = 1$ se o j – éximo item é selecionado, e $x_j = 0$ caso contrário. Este modelo é conhecido como o problema da mochila 0-1, e o objetivo é maximizar a seguinte função objetivo:

$$\max \sum_{j=1}^n u_j x_j \quad (1)$$

Sendo:

$$x_j = \{1 \text{ se o item } j \text{ é alocado na mochila e } 0 \text{ caso contrário}\}$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n l_j x_j \leq l \quad (2)$$

$$x \in B^n \quad (3)$$

A função (1) define a maximização do retorno desejado, a restrição (2) indica que a mochila l não pode ser excedida, a restrição (3) representa os tipos das variáveis.

A primeira resolução do problema da mochila utilizando técnicas mais sofisticadas são da década de 1950, com a aplicação da função recursiva. Desde então, diversos aprimoramentos foram propostos: Dantzig (1957), definiu o limite superior para o valor ótimo da função objetivo; Kolesar (1967) aplicou a técnica de partição e avaliação sucessiva para resolver o problema; Balas e Zemel (1980), desenvolveram um algoritmo baseado na ordenação de apenas um subconjunto de itens.

3.4 Bin packing problem

Segundo Inajeros Filho (2015), o problema do Bin Packing envolve o empacotamento de itens em mochilas, respeitando suas capacidades, com o objetivo de alocar todos os itens utilizando o menor número possível de mochilas. A distinção deste modelo em relação a outros problemas da mochila reside no fato de que, no Bin Packing, busca-se minimizar a quantidade de mochilas utilizadas, enquanto os outros problemas da mochila têm como objetivo maximizar a utilidade dos itens selecionados.

3.5 Variable sized bin packing problem

Ekici (2022) aponta que o *Variable Sized Bin Packing Problem* - VSBPP é uma variação do BPP. Nesta variação, são utilizados diferentes tipos de compartimentos, com capacidades e custos variados, para alocar produtos/itens de forma a minimizar os custos. O *Variable Sized Bin Packing Problem* - VSBPP possui diversas aplicações, incluindo o planejamento de carga para uma frota de veículos heterogêneos, o armazenamento de arquivos utilizando dispositivos de memória (Epstein e Levin, 2008), e a atribuição de tarefas a servidores com diferentes capacidades e velocidades computacionais em computação em nuvem e de alto desempenho, tema citados nos trabalhos de (Totoni, 2014; Thakur e Goraya, 2017).

De acordo Chen et al., (1995) o VSBPP é aplicado quando duas dimensões dos objetos são relevantes no processo de corte ou empacotamento. Este problema consiste, essencialmente, em cortar ou empacotar os objetos de modo a produzir ou organizar os itens, atendendo à demanda associada e otimizando uma função objetivo. Essa função objetivo pode ser a maximização do lucro ou a minimização da perda ou do resíduo de material.

Martínez (2014) o VSBPP permite a utilização de diferentes tipos de veículos (compartimentos), com custos e capacidades variadas. Além disso, exige o carregamento de itens distintos, cada um com seus próprios pesos e tamanhos, necessitando a análise em duas dimensões do problema: peso e volume.

Conforme descrito por Reis e Cunha (2015), o problema do empacotamento bidimensional com recipientes heterogêneos (2-VSBPP) envolve a alocação de n objetos ou itens, representados por $j = 1 \dots, n$, cada um caracterizado por seus respectivos pesos (w_j^1) e volumes (w_j^2), em m bins ou mochilas ($i = 1, \dots, m$). Para cada bin, são conhecidos seus custos individuais (c_i) e capacidades em peso (b_i^1) e volumétrica (b_i^2). O objetivo é determinar a distribuição dos n objetos entre os m bins de forma a minimizar o custo total dos bins utilizados, respeitando-se as restrições de capacidade em cada bin. Assume-se, sem perda de generalidade, que todos os objetos possuem tamanho inferior à capacidade do menor bin, e que o número de bins m é suficientemente grande para garantir a viabilidade do problema. Para abordar essa questão, são definidas as seguintes variáveis de decisão: x_{ij} , uma variável binária que assume o valor 1 quando o objeto j é alocado ao bin i e zero caso contrário; e y_i , uma variável binária que recebe o valor 1 quando o bin i é utilizado na solução e zero caso contrário. A formulação matemática pode ser escrita da seguinte forma:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^m c_i y_i \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^n w_j^1 x_{ij} \leq b_i^1 y_i \quad \forall i = 1 \dots m \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^n w_j^2 x_{ij} \leq b_i^2 y_i \quad \forall i = 1 \dots m \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq y_i \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (7)$$

$$x_{ij} \in [0,1] \quad \forall i = 1, \dots, m \quad \forall j = 1, \dots, n \quad (8)$$

$$y_i \in [0,1] \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (9)$$

O paradigma descrito delinea um modelo de otimização aplicado ao problema de transporte, destacando diversos elementos fundamentais. A função objetivo (4) é concebida com o propósito de minimizar o custo global do transporte ou a quantidade de bins utilizadas, enquanto as restrições (5) visam garantir que a capacidade de carga (em peso) dos veículos ou bins não seja excedida. Além disso, as restrições (6) são formuladas para assegurar que a capacidade volumétrica dos veículos ou bins não seja ultrapassada. Sob a ótica do modelo, é imposto que cada objeto j seja alocado exclusivamente a um veículo ou bin, o que é normalizado pelas restrições (7). Ademais, as restrições (8 e 9) são estabelecidas para assegurar a integralidade das variáveis de decisão, fortalecendo a coerência e a viabilidade do modelo proposto.

4. MATERIAIS E MÉTODOS

Uma das questões enfrentadas pelo departamento de logística da empresa foco do estudo reside na subutilização das embalagens que acondicionam os produtos provenientes da produção, denominadas internamente como embalagens másters. Tais embalagens são empregadas para agrupar os lotes individuais de cada SKU- Stock keeping Unit. Na figura 2 temos o fluxo macro elaborado no sistema Bizagi Modeler demonstrando onde o problema ocorre, estando destacado em vermelho na raia 3 (Logística) o processo de armazenar, visto os impactos em ocupação e custos devido a ociosidade das embalagens.

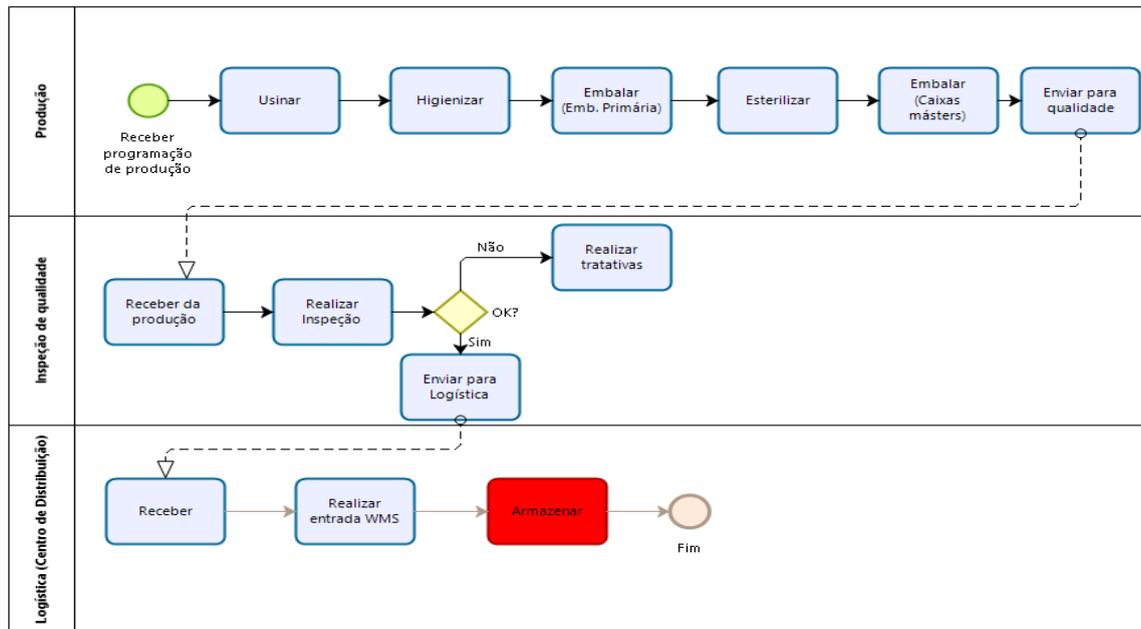


Figura 1: Fluxograma Macro Operação

A subutilização das embalagens acarreta um impacto direto nos custos operacionais, ao mesmo tempo em que influencia a ocupação dos espaços de armazenamento.

Os dados apresentados nas Tabelas 1, 2 e 3, retratam informações relacionadas aos percentuais de utilização das embalagens, os custos incorridos e aos percentuais de ociosidade em cada uma delas. Esses dados abrangem um período de três meses de atividade operacional, focalizando exclusivamente os itens pertencentes aos grupos de implantes e componentes protéticos produzidos pela empresa, os quais correspondem a 60% do volume total da operação.

Cód. Embalagem	Quantidade total	% Representatividade Volumes estoque
312.007	29.891	54%
312.150	24.803	44%
312.151	1.141	2%
Total Geral	55.835	

Tabela 1: Percentual de utilização embalagens

Cód. Embalagem	% Ociosidade – Média
312.007	17%
312.150	8%
312.151	9%
Média Geral	14%

Tabela 2: Percentual de ociosidade embalagens máster

Cód. Embalagem	Custo Total	Custo Ociosidade
312.007	R\$ 38.459,26	R\$ 4.335,37
312.150	R\$ 39.840,16	R\$ 2.645,84
312.151	R\$ 2.389,73	R\$ 173,42
Total Geral	R\$ 80.689,16	R\$ 7.154,62

Tabela 3: Custos

Conforme evidenciado nas tabelas acima, é possível compreender o desafio enfrentado pelo departamento de logística. Durante um período de três meses, constatou-se um custo adicional em embalagens de 7.154 mil para 60% dos itens recebidos da produção, decorrente de uma média de ociosidade em embalagens de 14%. O gráfico 1 ilustra os dados abrangentes referentes à ociosidade das embalagens.

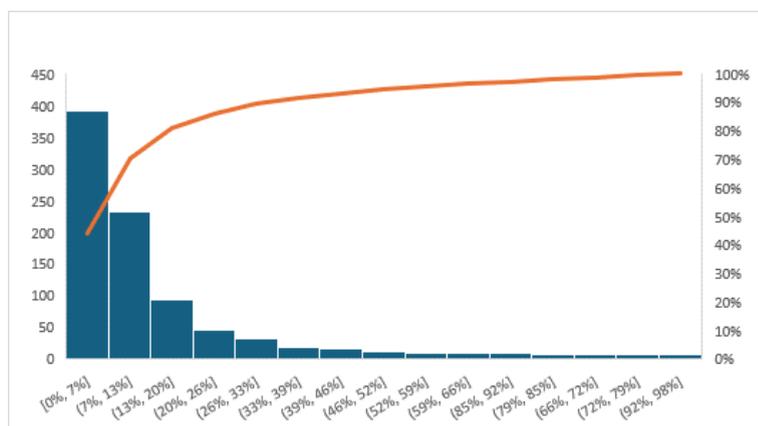


Figura 2: Gráfico cenário ociosidade embalagens

A ociosidade geral das embalagens resulta em uma deficiência na armazenagem que totalizam 15.490m³, nesse espaço seria possível armazenar aproximadamente 648.959 peças.

Para resolver e ou sugerir melhorias para a companhia como tomada de decisão, será aplicado modelagem matemática de programação linear inteira, considerando o problema da mochila e sua derivação para o Variable sized bin packing problem.

5. DEFINIÇÃO DO MODELO DE OTIMIZAÇÃO

A aplicação do modelo matemático e computacional seguirá as etapas detalhadas por Fávero e Belfiore (2013), essas etapas são as diretrizes para elaboração de um modelo de PO (Pesquisa Operacional), sendo:

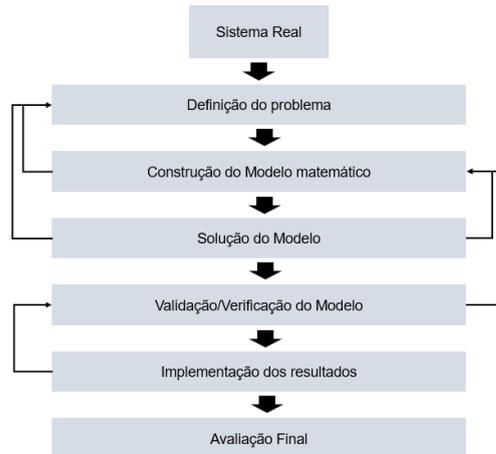


Figura 3: Elaboração de um modelo de pesquisa Operacional

Nesse contexto, o desafio reside em criar um modelo matemático que suavize o desperdício em custos e espaço, visto a ociosidade das embalagens. Com abordagem heurística, propõem-se a introdução de novos modelos de embalagens máster, caracterizados por dimensões variáveis de altura e profundidade, preservando-se inalteradas as dimensões de largura devido a restrições impostas pelo layout do *flow rack* adotado pela organização.

As variáveis identificadas compreendem os lotes de produtos e suas respectivas quantidades, as dimensões individuais de cada unidade SKU, bem como os tipos e as especificações dimensionais das embalagens máster. Predominantemente, as embalagens empregadas para os produtos da empresa assumem configurações retangulares, diferindo em termos de comprimento e largura.

O modelo inicialmente proposto acrescenta 45 novos tipos de embalagens ao portfólio de másters, sendo 23 para componentes, 11 para implantes novo conceito e 11 para implantes conceito antigo. Elas possuem capacidades múltiplas de 5 peças, conforme abaixo:

- a) Componentes: de 5 a 120 peças de capacidade;
- b) Implante novo conceito: de 5 a 60 peças de capacidade;
- c) Implantes conceito antigo: de 5 a 60 peças de capacidade.

A definição de criar caixas com capacidade múltipla de 5 peças deve-se ao fato de que os agrupamentos dos itens já ocorrem nessas quantidades. O limite de 120 peças para componentes e 60 para implantes é justificado pela restrição de espaço nas estruturas de armazenagem *flow rack* e nas prateleiras, o que impede a acomodação de caixas maiores.

5.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

Na modelagem matemática, serão incorporados os dados previamente expostos, bem como as informações referentes aos lotes e suas respectivas quantidades recebidas da produção ao longo de um período de três meses. Esses elementos permitirão a comparação dos resultados da modelagem com o cenário operacional atual, viabilizando a elaboração de múltiplos cenários alternativos. O modelo proposto foi desenvolvido com base no problema de empacotamento bidimensional com recipientes heterogêneos (2-VSBPP), conforme descrito por Reis e Cunha (2015) apresentado no capítulo 3 deste trabalho. Neste contexto, o desafio reside na alocação de uma variedade de produtos em diferentes tipos de bins ou veículos, os quais apresentam

custos e capacidades distintas. Com base no enunciado anterior, elaborou-se primeiro os parâmetros do modelo destinado a resolver o dilema das embalagens na empresa objeto de estudo.

Para implementação, será realizado pré-processamento:

- a) Agrupar total de caixas
- b) Calcular o limitante inferior inteiro do número de caixas por tipo para alocação das peças sem estourar a capacidade conforme equação 10.
- c) O produto cruzado entre caixas (n) por tipo (t) ($C1, t, C2, t, \dots, Cn, t$) e as produtos ($S1, S2, \dots, Sp$) constituirão os conjuntos da variável de alocação ($x[t, n, p]$).

$$n = totalcaixas [t] = \max \left(0 \left\lfloor \frac{Total\ de\ SKU}{Capacidadecaixa [t]} \right\rfloor \right) \quad (10)$$

a) Função objetivo:

i. Minimização do custo total das bins utilizadas.

$$\min \sum_{t,n,p} custo\ caixa (t). x[t, n, p] \quad (11)$$

$$q[t, n, p] \leq M. x[t, n, p] \quad \forall (t, n, p) \quad (12)$$

$$\sum_{n,t} q[t, n, p] = demanda[p] \quad \forall p \quad (13)$$

$$q[t, n, p] \geq capacidade[t] \quad \forall (t, n, p) \quad (14)$$

$$\sum_p x[t, n, p] \leq 1 \quad \forall (n, t) \quad (15)$$

b) Variáveis:

- i. $x[t, n, p]$ – Variável binária que indica a ativação de uma caixa de numeração n associado ao tipo de t para o sku p ser alocado;
- ii. $q[t, n, p]$ – Variável inteira que indica a quantidade de sku p alocados na caixa de número n , associada ao tipo de caixa de t ;
- iii. t – índice do conjunto do tipo de caixas;
- iv. n – índice do conjunto de caixas associada ao tipo de caixa t ;
- v. capacidade $[t]$ – representa a capacidade da caixa associada ao tipo t ;
- vi. M – Constante Big M ;
- vii. Demanda $[p]$ – representa a demanda por tipo de sku p ;
- viii. $totalsku$ – Representa a soma total de skus em um lote;
- ix. $custocaixa (t)$ – Representa o custo unitário por caixa tipo t

d) Restrições:

- i. A expressão (11) refere-se à função objetivo;

- ii. A restrição (12) é restrição indicadora, que ativa uma caixa somente se há quantidade produto positiva para ser alocada nela;
- iii. A equação (13) é a restrição de atendimento de alocação da demanda de skus;
- iv. A restrição (14) limita o total de peças alocadas a capacidade das caixas por tipo t ;
- v. A equação (15) se refere a alocar somente um tipo de sku por caixa;

5.2 TESTES COMPUTACIONAIS E RESULTADOS

Para a solução, foram empregadas as bibliotecas PULP e Pandas do Python. No total, foram processados 4009 lotes, correspondendo a 38,01% do total de lotes recebidos durante o período avaliado de três meses. A análise considerou apenas o grupo de componentes, que representa 70% do volume produzido. Devido ao tempo de processamento, optou-se por eliminar lotes com mais de 574 peças, uma vez que, por limitações de poder computacional, esses lotes apresentavam tempos computacionais elevados. Utilizou-se computador HP equipado com um processador Intel(R) Core (TM) i5-8365U CPU @ 1.60GHz 1.90 GHz e 8,00 GB de memória RAM. Conforme descrito no modelo, a função objetivo visa reduzir os custos totais com embalagens, além de melhorar a ocupação no armazenamento, diminuindo os espaços ociosos nas caixas.

Após processar os 4009 lotes, os dados foram registrados em planilha Microsoft Excel, compilando assim os resultados. Na Tabelas 4 apresenta-se o resumo destes dados:

Dados	Status Quo	Otimização	Desvio
Total de lotes validados	4009	4009	0%
Ocupação (média)	80%	99%	19%
Ociosidade (média)	20%	1%	-19%
Total embalagens usadas	11.681	11.752	71
Valor total embalagens	15.029	12.224	-2.805

Tabela 4: Resultados para embalagens componentes

Os resultados para o modelo proposto foram satisfatórios, visto que houve redução de custos e aumento na ocupação utilizada das embalagens. Podemos considerar que o retorno mais significativo do modelo matemático proposto está na redução da ociosidade, saindo de 20% para apenas 1%, esse valor representa uma otimização de armazenagem de 81.882m³, nesse espaço seriam possíveis armazenar próximo de 219.712 componentes.

CONCLUSÃO

Esse artigo teve como objetivo desenvolver um modelo matemático considerando o conceito de *Bin Packing com Bins Heterogêneos*, também conhecido como Problema de Empacotamento de Bins de Tamanhos Variáveis (do inglês, *Variable Sized Bin Packing Problem - VSBPP*), em uma empresa fabricante de produtos odontológicos.

O conceito de *Variable Sized Bin Packing Problem (VSBPP)* aborda justamente essa otimização, com o objetivo de minimizar o número total de bins utilizados. O modelo matemático demonstrou eficácia, especialmente após a criação de tamanhos distintos de embalagens. Os resultados obtidos por meio da ferramenta Python foram satisfatórios: para um total de 4009 lotes, observou reduções de custos de 18,66%, além de uma diminuição significativa na ociosidade das embalagens, sendo esse número igual a 19%. Essa otimização apresenta impactos relevantes na armazenagem, visto que a redução do espaço ocioso nas embalagens representa 81.822m³. Destaca-se a relevância desse projeto tanto no âmbito acadêmico quanto na tomada de decisões práticas, considerando os ganhos apresentados. No entanto, é importante mencionar que a limitação deste estudo está relacionada à escassez de trabalhos acadêmicos que abordam esse tema específico. Além disso, a validação foi realizada com base em apenas 38% dos lotes recebidos pela logística ao longo de três meses, o que não abrange todo o cenário de dados e interações necessárias para uma validação integral.

REFERÊNCIAS

- Agariya, A. K. et al. The role of packaging in brand communication. *International Journal of Scientific & Engineering Research*, v. 3, n. 2, p. 1-13, 2012.
- Balas, E.; ZEMEL, E.. An algorithm for large zero-one knapsack problems. *Operations Research*, v. 28, n. 5, p. 1130-1154, 1980.
- Bartholdi, J. J. The knapsack problem. In: *Building Intuition*. [S.l.]: Springer, 2008.
- Belfiore, P.; FÁVERO, L. P. *Pesquisa Operacional para Cursos de Engenharia*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.
- Bowersox, D. J., Closs, D. J., & Cooper, M. B. (2007). Chapter 15 relationship development and management. *Supply Chain Logistics Management*, 2nd ed., McGraw-Hill Irwin, New York, NY, 354-375
- Chen, C.; LIU, M. An application of bin packing to building block placement. *International Symposium on Circuits and Systems*, 2, p. 576-579, 1987.
- Dantzig, G. B. Discrete-variable extremum problems. *Operations Research, INFORMS*, v. 5, n. 2, p. 266-288, 1957.
- Ekici, A. Variable-sized bin packing problem with conflicts and item fragmentation. *Computers & Industrial Engineering*, v. 163, p. 107844, 2022.
- Epstein, L.; Levin, A. On bin packing with conflicts. *SIAM Journal on Optimization*, v. 19, n. 3, p. 1270-1298, 2008.
- Garey, M. R.; Johnson, D. S. *Computers and Intractability*. San Francisco: Freeman, 1979.
- Gil, A. C. *Como Elaborar Projetos de Pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2002.
- Inarejos Filho, O. Sobre a não-linearidade do problema da mochila compartimentada. 2015.147 f. Dissertação (Mestrado em matemática). Departamento de matemática, Universidade Federal de Londrina, Paraná, 2015.
- Klevas, J. Organization of packaging resources at a product-developing company. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, 2005.
- Kolesar, P. J. A branch and bound algorithm for the knapsack problem. *Management Science*, v. 13, p. 723-735, Maio 1967.
- Marques, F. P.; Arenales, Marcos Nereu. O problema da mochila compartimentada e aplicações. *Pesquisa Operacional*, v. 22, p. 285-304, 2002.
- Martínez, D. A. Estudo dos problemas de corte e empacotamento. (Tese de Doutorado). Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2014.

- Martello, S.; TOOTH, P. An upper bound for the zero-one knapsack problem and a branch and bound algorithm. *European Journal of Operational Research*, v. 1, n. 3, p. 169-175, 1977.
- Mathur, K.; Venkateshan, P. A new lower bound for the linear knapsack problem with general integer variables. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 178, n. 3, p. 738-754, 2007.
- Morales, S. R.; Morabito, R.; Widmer, J. A. Otimização do carregamento de produtos paletizados em caminhões. *Gestão & Produção*, v. 4, p. 234-252, 1997.
- Reis, J. V. A.; Cunha, C. B. da. Uma metaheurística de busca decomposta em vizinhança variável para o problema bidimensional de agrupamento de entregas em veículos de uma frota heterogênea. *Journal of Transport Literature*, v. 9, p. 40-44, 2015.
- Saghir, M. A platform for Packaging Logistics Development: a systems approach. Dissertação (Doutorado). Lund University, Lund, 2004.
- Silva, D.; Leite, V. C. A importância da embalagem como vantagem logística: um estudo de caso. *Tékhnē e Lógos*, v. 1, n. 3, 2010.
- Totoni, E.; Heath, M. T.; Kale, L. V. Structure-adaptive parallel solution of sparse triangular linear systems. *Parallel Computing*, v. 40, n. 9, p. 454-470, 2014.